





# **Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling**

Teknisk grundlag

1. januar 2020



# Indhold

<b>1</b>	<b>Indledning</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Tegningsgrundlag</b>	<b>7</b>
2.1	Risikoparametre . . . . .	7
2.1.1	Tegningsrente . . . . .	7
2.1.2	Sikkerhedstillæg . . . . .	7
2.1.3	Dødelighed . . . . .	8
2.1.4	Invaliditet . . . . .	8
2.1.5	Kollektive ægtefælleelementer . . . . .	9
2.1.6	Kollektive børneelementer . . . . .	10
2.2	Beregningsregler . . . . .	10
2.2.1	Aldersberegning . . . . .	10
2.2.2	Opgørelse af kapitalværdier . . . . .	10
2.3	Anvendte forsikringsformer . . . . .	10
2.4	Aktuarmæssig pensionsbidrag . . . . .	11
2.5	Beregning af pensionshensættelsen på tegnings- grundlaget . . . . .	11
2.5.1	Pensionshensættelse fra alder 65 . . . . .	11
2.5.2	Tillægshensættelse . . . . .	12
2.6	Overførelse af pensionsrettigheder . . . . .	12
2.7	Bonustilskrivning . . . . .	13
2.8	Genforsikring . . . . .	13
2.9	Udtrædelsesgodtgørelse . . . . .	13
2.10	Helbredsoplysninger . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Opgørelse til markedsværdi</b>	<b>15</b>
3.1	Pensionshensættelserne . . . . .	15
3.2	IBNS . . . . .	15
3.3	Markedsværdiparametre . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Kapitalværdier</b>	<b>19</b>
4.1	Oversigter over forsikringsformer . . . . .	19
4.1.1	Etlivsforsikringer uden invalideydelse . . . . .	19
4.1.2	Etlivsforsikringer med invalideydelse . . . . .	19
4.1.3	Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invaliditets- ydelse . . . . .	19
4.2	Numeriske metoder . . . . .	19

---

4.2.1	Konventioner . . . . .	20
4.2.2	Laplace's formel med 5 nedstigende differenser . . . . .	20
4.2.3	Trapezformel . . . . .	20
4.2.4	Simpson's kvadraturformel . . . . .	20
4.3	Kapitalværdier uden forsikringselementer . . . . .	20
4.3.1	Betegnelser . . . . .	20
4.3.2	Annuiteter . . . . .	21
4.4	Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse . . . . .	21
4.4.1	Betegnelser . . . . .	21
4.4.2	Antagelser . . . . .	21
4.4.3	Begrænsninger . . . . .	21
4.4.4	Dekrementstørrelser . . . . .	21
4.4.5	Kommutationsfunktioner . . . . .	22
4.4.6	Den generelle form for kapitalværdierne . . . . .	22
4.4.7	Sumforsikringer . . . . .	22
4.4.8	Renteforsikringer . . . . .	22
4.5	Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse . . . . .	23
4.5.1	Betegnelser . . . . .	23
4.5.2	Antagelser . . . . .	24
4.5.3	Dekrementstørrelser . . . . .	24
4.5.4	Kommutationsfunktioner . . . . .	24
4.5.5	Den generelle form for kapitalværdierne . . . . .	24
4.5.6	Sumforsikringer . . . . .	25
4.5.7	Rateforsikringer . . . . .	25
4.6	Kollektive forsikringer uden invalideydelser . . . . .	25
4.6.1	Betegnelser . . . . .	26
4.6.2	Antagelser . . . . .	26
4.6.3	Dekrementstørrelser . . . . .	27
4.6.4	Sandsynlighedsfunktionernes beregning . . . . .	27
4.6.5	Kommutationsfunktioner . . . . .	28
4.6.6	Den generelle form for kapitalværdierne . . . . .	28
4.6.7	Renteforsikringer . . . . .	28

---

# Kapitel 1

## Indledning

Dette tekniske grundlag er opbygget omkring G82, med de grundformer, Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling, herefter Pensionskassen, anvender.

Dette tekniske grundlag svarer til det tekniske grundlag pr. 1. januar 2019 opdateret med anmeldelser indsendt til Finanstilsynet i 2019.

Pensionskassen har anmeldt følgende i 2019:

1. Opgørelse af pensionshensættelser til markedsværdi fra ultimo marts 2019 (27. marts 2019).
2. Nyt tegningsgrundlag (27. juni 2019).
3. Opgørelse af pensionshensættelser til markedsværdi ultimo 2019 (17. december 2019).

Pensionskassen tilbyder ydelsesdefineret pensionsordninger indeholdende alderspension, invalidepension, ægtefællepension og børnepension. Størrelsen af et medlems optjente pensioner fremgår af pensionsregulativet.

Det tekniske grundlag indeholder følgende:

1. De former for pensioner, som pensionskassen agter at anvende, jf. kapitel 2 og 4.
2. Grundlaget for beregning af pensionsbidrag, udtrædelesesgodtgørelse og kapitalværdien af den optjente pension, jf. kapitel 2
3. Regler for beregning og fordeling af overskud til medlemmerne og andre pensionsberettigede efter pensionsaftalen, jf. kapitel 2.7
4. Principper for genforsikringer, herunder beløbsgrænser, jf. kapitel 2.8
5. Regler for hvornår medlemmerne skal afgive henbredsoplysninger til bedømmelse af risikoforholdene, jf. kapitel 2.10

6. Grundlaget for beregning af pensionsberegninger, jf. kapitel 3
7. Regler for overførelser til og fra pensionskassen, jf. kapitel 2.6 og 2.9



## Kapitel 2

# Tegningsgrundlag

Risikoparametre til beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget for aktuelle og til beregning af udtrædelsesgodtgørelsen og nettobidraget for eventuelle, består af en tegningsrente reduceret med et sikkerhedstillæg, en kønsopdelt dødelighed, købsopdelte invalideintensiteter, kollektive ægtefællelementer, og kollektive børneelementer

### 2.1 Risikoparametre

#### 2.1.1 Tegningsrente

Tegningsrenten udgør 0,75%. For tjenestegørende medlemmer anvendes dog en tegningsrente på -2 % for bonustilskrivninger fra og med 30. juni 2019.

Tegningsrenten blev sat ned fra 2% til 1,25% den 31. december 2005 og fra 1,25% til 0,75% 1. juli 2008.

Nedsættelsen fra 2% til 0,75% er ugaranteret, dvs. hvis der på et tidspunkt i følge de af Finanstilsynets fastsatte retningslinjer måtte blive mulighed for at anmelde en forhøjelse af tegningsrenten, vil denne kunne forøges indtil 2%, ved at hensættelsen for retten til pension fra alder 65 år og tillægshensættelsen for retten til førtidspension begge vil blive fastholdt på det pågældende tidspunkt, og det aktuarmæssige pensionsbidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag vil kunne blive nedsat.

#### 2.1.2 Sikkerhedstillæg

Sikkerhedstillægget fastsættes som en reduktion af tegningsrenten på 0,4798%. Sikkerhedstillægget anvendes til imødegåelse af såvel et omkostningsunderskud som et risikounderskud. Omkostningstillægget udgør 0,0232%, mens tillægget på de biometriske risici udgør 0,4566%.

### 2.1.3 Dødelighed

Pensionskassen anvender en kønsopdelt dødelighed angivet ved:

#### Mænd, grundlag G82M

Idet  $x$  betegner alderen, er dødsintensiteten for mænd på G82M givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,88+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes  $\omega = 0,05$ .

#### Kvinder, grundlag G82K

Idet  $x$  betegner alderen, er dødsintensiteten for kvinder på G82K givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,728+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes  $\omega = 0,30$ .

For bonustilskrivninger fra og med 30. juni 2019 anvendes dog de samme dødeligheder som anvendes i markedsværdigrundlaget, jf. kapitel 3.3.

### 2.1.4 Invaliditet

Der anvendes forsikringsformer med udbetaling ved invaliditetsgrader på 2/3 del og derover.

#### Mænd, grundlag GA82M

Idet  $x$  betegner alderen, er intensiteten for mænd på GA82M for overgang fra aktiv til invalid givet ved

$$\mu_x^{ai} = 0,0004 + 10^{4,54+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering.

#### Kvinder, grundlag GA82K

Idet  $x$  betegner alderen, er intensiteten for kvinder på GA82K for overgang fra aktiv til invalid givet ved

$$\mu_x^{ai} = 0,0006 + 10^{4,71609+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering

For bonustilskrivninger fra og med 30. juni 2019 anvendes dog de samme invalidintensiteter som anvendes i markedsværdigrundlaget, jf. kapitel 3.3.

### 2.1.5 Kollektive ægtefælleelementer

Henvisning: Afsnit 4.6.1.

#### Mænd

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{-\frac{(x-28)^2}{28(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,012 \cdot 10^{-\frac{(x-15)^2}{1600}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,615x + 8$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-10}\right) x$$

#### Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{-\frac{(x-24)^2}{20(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,02 \cdot 10^{-\frac{(x-12)^2}{2100}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,915x + 4$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-7}\right) x$$

#### Ægteskab/Samlivsforhold

Henvisning: Afsnit 4.6.4.

Uanset den kollektive ægtefællemodel, jf. kapitel 4.6, er en ægtefælle kun pensionsberettiget, såfremt det fremgår af Pensionskassens vedtægter og pensionsregulativ.

En ægtefælle vil altid af det modsatte køn end forsikrede i beregningsmæssig henseende.

### 2.1.6 Kollektive børneelementer

#### Mænd

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparameter (G82)

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{\frac{-(x-28)^2}{11(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

#### Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparameter (G82)

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{\frac{-(x-24)^2}{7(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

## 2.2 Beregningsregler

### 2.2.1 Aldersberegning

Ved opgørelser ultimo året beregnes alderen som fyldt alder i hele år.

### 2.2.2 Opgørelse af kapitalværdier

Ved opgørelse af kapitalværdier anvendes passiver og aktiver med en aldersreduktion på 3 år. Passivet og aktivet for et medlem i alder  $x$  opgøres derfor som passivet hhv. aktivet regnet i alder  $x-3$ . Ved opgørelsen af kapitalværdier på tegningsgrundlaget, der anvendes for bonustilskrivning fra og med 30. juni 2019, anvendes ikke aldersreduktion.

Passiver og aktiver ved opgørelse i løbet af året beregnes ved lineær interpolation mellem de nærmeste to hele aldre opgjort ultimo året.

## 2.3 Anvendte forsikringsformer

Pensionskassen tilbyder alderspension (AP), invalidepension (IP), ægtefællepension (ÆP) og børnepension (BP). Størrelsen af pensionerne fremgår af pensionsregulativet.

Den ordinære pensionsalder er 65 år og medlemmer har mulighed for førtidspension fra alder 60.

Der anvendes følgende forsikringsformer, hvor  $u$  angiver udløbsalderen. Beregningen af passivet for hver forsikringsform fremgår af kapitel 4.

$K_{125}(x, u - x)$	=	Livsbetinget livsforsikring
$K_{210}(x)$	=	Livsvarig livrente
$K_{211}(x, u - x)$	=	Opsat livrente
$K_{325}(x, u - x)$	=	Aktivbetinget livsforsikring
$K_{410}(x)$	=	Ophørende aktivrente
$K_{415}(x, u - x)$	=	Ophørende invalidrente
$K_{810}(x)$	=	Livsvarig kollektiv ægtefællepension
$K_{840}(x, 21)$	=	Kollektiv børnerente
$K_{850}(x, 21)$	=	Kollektiv waisenrente

## 2.4 Aktuarmæssig pensionsbidrag

For tjenestegørende medlemmer, herunder medlemmer med opsat pension, opgøres det aktuarmæssige bidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag ud fra ækvivalensprincippet, således, at kapitalværdien af de afgivne pensionstilsagn fratrukket kapitalværdien af pensionsbidragene udgør udtrædelsesgodtgørelsen.

## 2.5 Beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget

Ved beregning af pensionshensættelserne anvendes følgende:

$AP(x)$	=	Alderspension ved pensionering i alder $x$
$ÆP(x)$	=	Ægtefællepension ved pensionering i alder $x$
$BP(x)$	=	Børnepensionen ved pensionering i alder $x$
$B(x)$	=	Det aktuarmæssige bidrag ved pensionering i alder $x$

De samlede pensionshensættelser består af hensættelser for retten til alderspension mv. fra alder 65 (herefter pensionshensættelsen fra alder 65) samt en tillægshensættelse for retten til førtidspension.

### 2.5.1 Pensionshensættelse fra alder 65

Pensionshensættelsen for medlem i alder  $x$ , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$PH(x) = AP(65) \cdot (K_{211}(x - 3, 65 - 3) + K_{415}(x - 3, 65 - 3)) + \mathit{ÆP}(65) \cdot K_{810}(x - 3) + BP(65) \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3)) - B(65) \cdot K_{410}(x - 3, 65 - 3)$$

Pensionshensættelsen for medlem i alder  $x$ , der modtager alderspension opgøres

som:

$$PH(x) = AP \cdot K_{210}(x-3) + \mathbb{E}P \cdot K_{810}(x-3) \\ + BP \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3))$$

Pensionshensættelsen for en ægtefælle i alder  $x$ , opgøres som:

$$PH(x) = \mathbb{E}P \cdot K_{210}(x-3)$$

Pensionshensættelsen for en børnepensionist, opgøres som::

$$PH(x) = BP \cdot \bar{a}_{\overline{21-x}}$$

### 2.5.2 Tillægshensættelse

Tillægshensættelsen for medlem i alder  $x$ , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$PH(x) = \max[AP(60) \cdot (K_{211}(x-3, 60-3) + K_{415}(x-3, 60-3)) \\ - AP(65) \cdot (K_{211}(x-3, 65-3) + K_{415}(x-3, 65-3)) \\ + (AP(65) - AP(60)) \\ \cdot (K_{210}(x-3) - K_{210}(x-3) \cdot K_{325}(x-3, 60-3) - K_{410}(x-3, 60-3)) \\ + \mathbb{E}P(60) \cdot K_{810}(x-3) \\ + (\mathbb{E}P(65) - \mathbb{E}P(60)) \\ \cdot (K_{810}(x-3) - K_{810}(x-3) \cdot K_{125}(x-3, 60-3)) \\ - \mathbb{E}P(65) \cdot K_{810}(x-3) \\ + BP(60) \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) \\ + (BP(65) - BP(60)) \\ \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3) - (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) \cdot K_{125}(x-3, 60-3)) \\ - BP(65) \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) \\ + B(60) \cdot K_{410}(x-3, 60-3) \\ + B(65) \cdot K_{410}(x-3, 65-3); 0]$$

For øvrige medlemmer er tillægshensættelsen 0.

## 2.6 Overførelse af pensionsrettigheder

Medlemmer, der overfører en ordning fra et andet selskab eller pensionskasse til Pensionskassen får tillagt anciennitet svarende hertil. Anciennitetstillægget beregnes ud fra ækvivalensprincippet således at kapitalværdien af stigningen i

pensionstilsagnene svarer til overførelsen. De samlede pensionstilsagn kan ikke overstige de i pensionsregulativet fastsatte grænser for pensionstilsagene. En eventuelt resterende overførelse anvendes til at mindske en eventuel overførelse fra kollektivt bonuspotentiale eller egenkapital som følge af forskel mellem det beregnede bidrag og det indbetalte bidrag.

## 2.7 Bonustilskrivning

Pensionskassen tilskriver ordinær bonus årligt pr. 1.7. Bonus tilskrives ved forhøjelse af den pensionsgivende løn, som medfører forhøjelse af pensionsydelse.

## 2.8 Genforsikring

Pensionskassen er selvforsikret.

## 2.9 Udtrædelsesgodtgørelse

For medlemmer, der efter pensionsregulativet har ret til udtrædelsesgodtgørelse, udgør udtrædelsesgodtgørelsen pensionshensættelsen fra alder 65 på tegningsgrundlaget.

Der tages ikke gebyr.

## 2.10 Helbredsoplysninger

Pensionskassen er berettiget til at kræve oplysninger om et medlems erhvervsbane ved forlæggelse af lægeattest, så længe medlemmet oppebærer invalidepension, dog længst til medlemmet fylder 60 år og ikke ud over 10 år efter invalidepensions tilkendelse.





## Kapitel 3

# Opgørelse til markedsværdi

### 3.1 Pensionshensættelserne

De samlede pensionshensættelser opgøres i henhold til kapitel 2.5, dog med markedsværdiparametre. Ved opgørelsen fastholdes pensionstilsagn og bidrag. Pensionshensættelsen fastsættes som minimum til summen af udtrædelsesgodtgørelserne. De samlede pensionshensættelser forhøjes med tillæg for uafsluttet sager om invaliditet (IBNS-hensættelse).

### 3.2 IBNS

Der foretages et tillæg til den samlede pensionshensættelsen for sager vedrørende invaliditet, som ikke er afsluttet. Tillægget foretages ud fra den konkrete sag.

### 3.3 Markedsværdiparametre

#### Rente:

Pensionskassen anvender den af EIOPA offentliggjorte risikofri rentekurve tillagt en eventuel positiv volatilitetsjustering.

Rentekurven reguleres med sikkerhedstilæg på 5%, pensionsafkastskat og inflationstakst.

Rentekurven reduceres med en inflationstakst, da pensionstilsagnene reguleres ud fra stigningen i lønniveauet. Inflationstaksten svarer til den danske inflationskurve med en forventede reallønsstigning på 0,6%.

Det i'te punkt på den anvendte rentekurve udgør:

$$r_2^i = \frac{1 + r_1^i \cdot (1 - SHT) \cdot ((1 - FB) \cdot (1 - PAL) + FB)}{1 + INF^i} - 1$$

Hvor

- $r_1^i$  = Den af EIOPA offentliggjorte rente i punkt i.
- $SHT$  = Det anvendte sikkerhedstillæg
- $FB$  = Friholdelsesbrøk
- $INF^i$  = Inflationskurven i punkt i
- $PAL$  = Pensionsafkastskat

Risiko:

Dødeligheden fastsættes ud fra Finanstilsynets levetidsmodel tillagt et sikkerhedstillæg på 10 % for ordninger med positiv dødelighedsrisiko og reduceret med et sikkerhedstillæg på 10 % for ordninger med negativ dødelighedsrisiko.

Finanstilsynets levetidsmodel består af et benchmark for den observerede dødelighed og forventede fremtidige levetidsforbedringer. For både mænd og kvinder anvendes Finanstilsynets benchmark for de observerede dødelighed og Finanstilsynets forventede fremtidige levetidsforbedringer.

Pensionskassens modeldødelighed fastsættes separat for kvinder og mænd, således at alle faktorer i formlen er kønsafhængige.

Modeldødeligheden for hhv. mænd og kvinder (k) er givet som:

$$\tilde{\mu}^{ad,k}(x, 2018) = \mu^{ad,k}(x, 2018) \exp(\beta_1 r_1(x) + \beta_2 r_2(x) + \beta_3 r_3(x))$$

Hvor k angiver køn, x er forsikredes alder og  $\mu^{ad,k}(x, 2018)$  er Finanstilsynets benchmark dødelighed pr. 2018.

Basisfunktionerne  $r_i(x)$  er givet som:

$$r_i(x) = \begin{cases} 1 & , \text{for } x \leq x_{i-1} \\ \frac{(x_i - x)}{20} & , \text{for } x_{i-1} < x < x_i \\ 0 & , \text{for } x \geq x_i \end{cases}$$

for  $i = 1, 2, 3$  og  $x_i = 20 \cdot (2 + i)$

Parametrene  $\beta_1, \beta_2$  og  $\beta_3$  estimeres ved brug af en Poisson regressionsmodel.

Hermed er dødeligheden i alder  $x$  i kalenderår  $t$  angivet ved:

$$\tilde{\mu}^{ad,k}(x, t) = \tilde{\mu}^{ad,k}(x, 2018)(1 - R(x))^{t-2018}$$

Hvor  $R(x)$  betegner levetidsforbedringer for 2018.

Analysen baseret på Finanstilsynets benchmark og den fulde bestand med data fra 2014 til 2018 giver følgende estimater:

Parameter	Kvinder	Mænd
$\beta_1$	0	0
$\beta_2$	0	0
$\beta_1$	0	0

Finanstilsynets benchmark for den observerede dødelighed samt Finanstilsynet forventede levetidsforbedringer baseret på 20 års data findes på Finanstilsynets hjemmeside.

Invalidehyppigheden udgør invalidehyppigheden på tegningsgrundlaget, jf. kapitel 2, tillagt et sikkerhedstillæg på 10 %

Der anvendes samme kollektive ægtefælle elementer og samme kollektive børneelementer som på tegningsgrundlaget, jf. kapitel 2.



## Kapitel 4

# Kapitalværdier

### 4.1 Oversigter over forsikringsformer

#### 4.1.1 Etlivsforsikringer uden invalideydelse

**Sumforsikringer:**

125 Livsbetinget livsforsikring

**Renteforsikringer:**

210 Livsvarig livrente

211 Opsat livrente

#### 4.1.2 Etlivsforsikringer med invalideydelse

**Renteforsikringer:**

410 Ophørende aktivrente

415 Ophørende invaliderente

#### 4.1.3 Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invaliditetsydelse

**Renteforsikringer:**

810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

840 Kollektiv børnerente

850 Kollektiv waisenrente

### 4.2 Numeriske metoder

Med mindre andet er anført, anvendes Laplace's formel (4.1) med 5 nedstigende differencer ved numerisk beregning af integraler.

### 4.2.1 Konventioner

$a$  og  $b$  er heltallige, medmindre andet er angivet.

For summer og integraler gælder for  $a \geq b$ :

$$\sum_{j=a}^b f(j) = 0 \quad \text{og} \quad \int_a^b f(t) = 0.$$

### 4.2.2 Laplace's formel med 5 nedstigende differenser

$$\int_a^b f(t) dt = \Delta f(a) + \sum_{j=a}^{b-1} f(j) - \Delta f(b) \quad (4.1)$$

hvor

$$\Delta f(t) = \frac{1}{k_7} \sum_{j=1}^6 k_j \cdot f(t + j - 1)$$

og

$$(k_1, \dots, k_7) = (-41393, 23719, -22742, 14762, -5449, 863, 60480).$$

### 4.2.3 Trapezformel

$$\int_a^b f(t) dt = \frac{f(a)}{2} + \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + \frac{f(b)}{2} \quad (4.2)$$

### 4.2.4 Simpson's kvadraturformel

$$\int_a^b f(t) dt = \frac{1}{6} \cdot \left( f(a) + 4 \cdot \sum_{j=a}^{b-1} f\left(j + \frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + f(b) \right) \quad (4.3)$$

## 4.3 Kapitalværdier uden forsikringselementer

### 4.3.1 Betegnelser

$i$  betegner renten ved opgørelsen af kapitalværdier (opgørelsesrente).

### 4.3.2 Annuiteter

$$v = \frac{1}{1+i}$$

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{\delta}, \text{ for } n \geq 0$$

## 4.4 Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse

### 4.4.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser

$\mu_x$  betegner dødsintensiteten i alder  $x$ .

$S_x^d$  betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder  $x$ .

$S_x$  betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse i alder af  $x$ .

$\omega$  betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at eventuelle efterladte børn er forældreløse.

### 4.4.2 Antagelser

$x \in [1, 120]$ .

Børnedødeligheden forudsættes til at være 0.

### 4.4.3 Begrænsninger

De anførte kapitalværdier skal være ikke-negative.

### 4.4.4 Dekrementstørrelser

$$l_x = \exp\left\{-\int_1^x \mu_t dt\right\}, \text{ beregnet eksakt eller med formel (4.3).}$$

$$D_x = v^x l_x$$

#### 4.4.5 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned}\bar{N}_x &= \int_x^{120} D_t dt \\ N_x^{(m)} &= \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{(120-x) \cdot m} D_{x+\frac{j}{m}} \\ \bar{M}_x &= \int_x^{120} D_t \mu_t dt \\ \bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_x}{D_x} \\ \bar{a}_{x:\overline{n}|} &= \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_{x:\overline{m}|} &= \frac{\bar{N}_{x+n} - \bar{N}_{x+n+m}}{D_x}\end{aligned}$$

#### 4.4.6 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot S_{x+\theta}^d d\theta + \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{x+n}, \quad (4.4)$$

for  $n \in [0, 120 - x]$ .

#### 4.4.7 Sumforsikringer

##### 125 Livsbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = 1$$

$$K_{125}(x, n) = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

#### 4.4.8 Renteforsikringer

##### 210 Livsvarig livrente

$n = 0$

$$S_{x+n} = \bar{a}_x$$



$$K_{210}(x) = \bar{a}_x \quad (4.5)$$

### 211 Opsat livrente

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = \bar{a}_{x+n}$$

$$K_{211}(x, n) = {}_n| \bar{a}_x$$

## 4.5 Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse

Betegnelser, annuiteter, antagelser, begrænsninger, dekrementstørrelser og kommutationsfunktioner fra afsnit 4.3 og 4.4 anvendes tillige i dette afsnit.

### 4.5.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser:

$\mu_x^{ad}$  betegner dødsintensiteten som aktiv i alder  $x$ .

$\mu_x^{id}$  betegner dødsintensiteten som invalid i alder  $x$ .

$\mu_x^{ai}$  betegner invalideintensiteten i alder  $x$ .

$S_x^{ad}$  betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder  $x$  som aktiv.

$S_x^{ai}$  betegner kapitalværdien ved forsikredes invaliditet i alder  $x$ .

$S_x^a$  betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder  $x$  som aktiv.

$S_x^{ii}$  betegner engangsydelse ved varig invaliditet i alder  $x$ .

$S_x^{id}(t)$  betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder  $x$  som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder  $t$ .

$S_x^i(t)$  betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder  $x$  som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder  $t$ .

$Y_x^i(t)dx$  betegner invalideydelsen mellem alder  $x$  og  $x + dx$  givet, at invaliditeten er indtrådt i alder  $t$ .

$\kappa$  betegner den aldersafhængige faktor, der anvendes på kapitalværdier, der udbetales mellem  $\frac{1}{2}$  og  $\frac{2}{3}$  invaliditet.

### 4.5.2 Antagelser

Ved indtrædelse antages forsikrede at befinde sig i tilstanden aktiv.

$$\mu_x^{ad} = \mu_x^{id} = \mu_x$$

Hvis  $\mu_x^{ai} = 0$  eller der ikke er ydelser ved invaliditet, er modellen identisk med modellen i afsnit 4.4.

### 4.5.3 Dekrementstørrelser

$$\ell_x^{ai} = \exp\left\{-\int_{x_0}^x \mu_t^{ai} dt\right\}, \text{ beregnet eksakt eller ved Simpson's kvadraturformel (4.3).}$$

$$\ell_x^a = \ell_x \ell_x^{ai}$$

$$D_x^a = v^x \ell_x^a$$

Ifølge antagelsen om dødsintensiteterne i 4.5.2 gælder der

$$\ell_x^{ad} = \ell_x^{id} = \ell_x \quad \text{og} \quad D_x^{ad} = D_x^{id} = D_x$$

### 4.5.4 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned} \bar{N}_x^a &= \int_x^{120} D_t^a dt \\ N_x^{ut} &= \bar{N}_x \cdot \ell_x^{ut} - \bar{N}_x^a \\ \bar{M}_x^{ai} &= \int_x^{120} D_t^a \cdot \mu_t^{ai} dt \\ \bar{a}_x^i &= \bar{a}_x \\ \bar{a}_{x:\overline{n}|}^a &= \frac{\bar{N}_x^a - \bar{N}_{x+n}^a}{D_x^a} \\ \bar{a}_{x:\overline{n}|}^i &= \bar{a}_{x:\overline{n}|} \end{aligned}$$

### 4.5.5 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}^a}{D_x^a} \cdot (\mu_{x+\theta}^{ad} \cdot S_{x+\theta}^{ad} - \mu_{x+\theta}^{ai} \cdot S_{x+\theta}^{ai}) d\theta + \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a} \cdot S_{x+n}^a \quad (4.6)$$

for  $n \in [0, 67 - x]$ ,

hvor

$$S_{x+\theta}^{ai} = S_{x+\theta}^{ii} + \int_0^n \frac{D_{x+\tau}^i}{D_{x+\theta}^i} (\mu_{x+\tau}^{id} \cdot S_{x+\tau}^{id}(x+\theta) + Y_{x+\tau}^i(x+\theta)) d\tau + \frac{D_{x+n}^i}{D_{x+\theta}^i} \cdot S_{x+n}^i(x+\theta)$$

#### 4.5.6 Sumforsikringer

##### 325 Aktivbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = 0, \quad S_{x+n}^a = 1$$

$$K_{325}(x, n) = \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a}$$

$$n \leq 60 - x.$$

#### 4.5.7 Rateforsikringer

##### 410 Ophørende aktivrente

$$n = 0$$

$$S_{x+n}^a = \bar{a}_{x:\overline{m}|}^a$$

$$K_{410}(x, m) = \bar{a}_{x:\overline{m}|}^a$$

$$x + m \leq 67.$$

##### 415 Ophørende invaliderente

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = \bar{a}_{x+\theta:\overline{n-\theta}|}^i, \quad S_{x+n}^a = 0$$

$$K_{415}(x, n) = \bar{a}_{x:\overline{n}|}^i - \bar{a}_{x:\overline{n}|}^a$$

$$n \leq 67 - x.$$

## 4.6 Kollektive forsikringer uden invalideydelse

Betegnelser, annuiteter, antagelser, begrænsninger, dekrementstørrelser og kommutationsfunktioner fra afsnittene 4.3 og 4.4 anvendes tillige i dette afsnit.

### 4.6.1 Betegnelser

$\mu_x$  betegner forsikredes dødsintensitet i alder  $x$ .

$\mu_\gamma^{\mathbb{E}}$  betegner ægtefællens dødsintensitet i alder  $y$ .

$\gamma_x$  betegner intensiteten for overgang fra ugift til gift i alder  $x$ .

$\sigma_x$  betegner intensiteten for overgang fra gift til ugift i alder  $x$  af anden årsag end ægtefællens død.

$\lambda_x$  betegner middelværdien i ægtefællens aldersfordeling, når forsikrede har alderen  $x$ .

$s_x$  betegner spredningen i ægtefællens aldersfordeling, når forsikrede har alderen  $x$ .

$\nu$  betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at forsikrede er ugift.

$c_x$  betegner forældreintensiteten i alder  $x$ .

$\varphi(y|x)dy$  betegner sandsynligheden for, at en  $x$ -årig forsikret gifter sig med en person med alder i intervallet  $y$  til  $y + dy$ .

$u_j(x)$  betegner sandsynligheden for, at en  $x$ -årig forsikret er ugift, efter at have været gift netop  $j$  gange ( $j = 1, 2, 3, \dots$ ).

$g_j(y|x)dy$  betegner sandsynligheden for, at en  $x$ -årig forsikret er gift for  $j$ -te gang ( $j = 1, 2, 3, \dots$ ) og at ægtefællen er mellem  $y$  og  $y + dy$  år gammel.

$g_x$  betegner sandsynligheden for, at en  $x$ -årig er gift.

$f(y|x)$  betegner sandsynligheden for, at en  $x$ -årig er gift med en person med alder  $y$ .

$b(x, r)$  betegner antal børn under  $r$  år for en  $x$ -årig.

### 4.6.2 Antagelser

$$x \in [x_0, 125] \quad , \text{ hvor } x_0 = \begin{cases} 15 & , \text{ for mandlige forsikrede} \\ 12 & , \text{ for kvindelige forsikrede} \end{cases}$$

Ægtefællens alder  $y$  antages normalfordelt med middelværdi  $\lambda_x$  og spredning  $s_x$ . Dvs.  $y \sim N(\lambda_x, s_x^2)$ .

$$y \in [y_0, y_1] \quad \text{ hvor } \begin{cases} y_0 = \max\{x - 62, 1\} \\ y_1 = \min\{x + 62, 125\} \end{cases}$$

### 4.6.3 Dekrementstørrelser

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$$\ell_x^\gamma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \gamma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^\sigma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \sigma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^{\mathbb{E}} = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \mu_t^{\mathbb{E}} dt \right\}$$

### 4.6.4 Sandsynlighedsfunktionernes beregning

#### Ægtefællemodellen

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2), med mindre andet er anført.

Grænserne  $x_0, y_0$  og  $y_1$  er defineret i afsnit 4.6.2.

$$\varphi(y|x) = \frac{0,3989423}{s_x} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{y - \lambda_x}{s_x} \right)^2 \right\}$$

$$g_x = 1,0315 \cdot \sum_{j=1}^3 \int_{y_0}^{y_1} g_j(y|x) dy$$

$$f(y|x) = \frac{1}{g_x} \cdot \sum_{j=1}^3 g_j(y|x),$$

hvor

$$g_j(y|x) = \int_{x_0}^x u_{j-1}(\xi) \cdot \gamma_\xi \cdot \varphi(\xi + y - x|\xi) \cdot \frac{\ell_x^\sigma}{\ell_\xi^\sigma} \cdot \frac{\ell_x^{\mathbb{E}}}{\ell_{\xi+\gamma-x}^{\mathbb{E}}} d\xi$$

$$u_j(x) = \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^x g_j(\xi + y - x|\xi) \cdot (\sigma_\xi + \mu_{\xi+\gamma-x}^{\mathbb{E}}) \cdot \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_\xi^\gamma} d\xi dy$$

$$u_0(x) = \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_{x_0}^\gamma}.$$

#### Børnemodellen

Beregnet med Simpson's kvadraturformel (4.3) fås:

$$b(x, r) = \int_{x-r}^x C_t dt.$$

### 4.6.5 Kommutationsfunktioner

#### Kollektive ægtefælle kommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2).

$$\bar{a}_{Y_x} = \int_{y_0}^{y_1} \bar{a}_y \cdot f(y|x) dy$$

#### Kollektive børnekommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$${}_r S_x = \int_{x-r}^x c_t \cdot \bar{a}_{r+t-x} dt$$

### 4.6.6 Den generelle form for kapitalværdierne

Der henvises til (4.4), der er kapitalværdien i afsnit 4.4.6 med den rettelser, at  $n \in [0, 125 - x]$ .

### 4.6.7 Renteforsikringer

#### 810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{810} = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}} d\theta$$

#### 840 Kollektiv børnerente

$r$  betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = {}_r S_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{840}(x, r) = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot {}_r S_{x+\theta} d\theta$$

$$r \leq 24.$$

Børnerenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.

**850 Kollektiv waisenrente**

$r$  betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = \omega \cdot {}_r S_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{850}(x, r) = \omega \cdot K_{840}(x, r)$$

$$r \leq 24.$$

Waisenrenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.

