

Finanstilsynet
Århusgade 110
2100 København Ø

Anmeldelse af det tekniske grundlag m.v.

I henhold til § 2, stk. 7, jf. § 2, stk. 8, i bekendtgørelse om pensionskassevirksomhed og anmeldelse af det tekniske grundlag m.v. for firmapensionskasser skal pensionskassen hvert år inden udgangen af juni indsende en sammenskrivning af kassens samlede gældende anmeldte tekniske grundlag m.v. til Finanstilsynet. Det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. skal inkludere alle anmeldelser af det tekniske grundlag m.v., der i henhold til § 13, stk. 1, i lov om tilsyn med firmapensionskasser er indsendt til Finanstilsynet inden udgangen af det foregående år. Det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. må ikke indeholde tidligere anmeldte regler og satser, der ikke længere er gældende ved udgangen af det foregående år. Ved pensionskasser forstås: Pensionskasser med hjemsted i Danmark, der har tilladelse til at drive virksomhed efter § 10 i lov om tilsyn med firmapensionskasser. Ved pensionskasser forstås tillige pensionskasser i lande uden for Den Europæiske Union, og som Fællesskabet ikke har indgået aftale med på det finansielle område, der har tilladelse til at drive virksomhed efter lovens § 10.

Brevdato
30. juni 2015
Pensionskassens navn
Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling
Offentlig tilgængelighed
Det sammenskrevne samlede anmeldte tekniske grundlag m.v. er offentlig tilgængeligt, medmindre pensionskassen hér angiver, at grundlaget m.v. indeholder dele, der i henhold til bekendtgørelsens § 5, stk. 2, ikke er offentlig tilgængelige, og tillige indsender et ekstra eksemplar af det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. til Finanstilsynet, hvor disse dele er udeladt, jf. bekendtgørelsens § 2, stk. 8.
Det samlede tekniske grundlag indeholder ikke dele, der ikke er offentlige tilgængelige.
Sammenskrevet gældende anmeldt teknisk grundlag m.v.
Pensionskassen skal angive en sammenskrivning af det samlede anmeldte tekniske grundlag m.v., jf. bekendtgørelsens § 2, stk. 7 og 8.
Det samlede tekniske grundlag er vedlagt
Navn
Angivelse af navn
Hugo Frey Jensen
Formand for bestyrelsen
Dato og underskrift
25/6-15 Hugo Frey Jensen
Navn
Angivelse af navn
Britta Gade METTE KANSTRUP PETRY
Medlemsvalgt bestyrelsesmedlem
Dato og underskrift
29/6-15 Mette Petry

Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling

Teknisk grundlag

1. januar 2015

Indhold

1	Indledning	5
2	Tegningsgrundlag	7
2.1	Risikoparametre	7
2.1.1	Tegningsrente	7
2.1.2	Sikkerhedstillæg	7
2.1.3	Dødelighed	8
2.1.4	Invaliditet	8
2.1.5	Kollektive ægtefælleelementer	8
2.1.6	Kollektive børneelementer	10
2.2	Beregningsregler	10
2.2.1	Aldersberegning	10
2.2.2	Opgørelse af kapitalværdier	10
2.3	Anvendte forsikringsformer	10
2.4	Aktuarmæssig pensionsbidrag	11
2.5	Beregning af pensionshensættelsen på tegnings- grundlaget	11
2.5.1	Pensionshensættelse fra alder 65	11
2.5.2	Tillægshensættelse	12
2.6	Overførelse af pensionsrettigheder	12
2.7	Bonustilskrivning	13
2.8	Genforsikring	13
2.9	Udtrædelsesgodtgørelse	13
2.10	Helbredsoplysninger	13
3	Opgørelse til markedsværdi	15
3.1	Pensionshensættelserne	15
3.2	IBNS	15
3.3	Realisationsrisiko	15
3.4	Markedsværdiparametre	15
4	Kapitalværdier	19
4.1	Oversigter over forsikringsformer	19
4.1.1	Etlivsforsikringer uden invalideydelse	19
4.1.2	Etlivsforsikringer med invalideydelse	19
4.1.3	Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invalidi- tetsydelse	19

4.2	Numeriske metoder	19
4.2.1	Konventioner	20
4.2.2	Laplace's formel med 5 nedstigende differenser	20
4.2.3	Trapezformel	20
4.2.4	Simpson's kvadraturformel	20
4.3	Kapitalværdier uden forsikringselementer	20
4.3.1	Betegnelser	20
4.3.2	Annuiteter	21
4.4	Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse	21
4.4.1	Betegnelser	21
4.4.2	Antagelser	21
4.4.3	Begrænsninger	21
4.4.4	Dekrementstørrelser	21
4.4.5	Kommutationsfunktioner	22
4.4.6	Den generelle form for kapitalværdierne	22
4.4.7	Sumforsikringer	22
4.4.8	Renteforsikringer	22
4.5	Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse	23
4.5.1	Betegnelser	23
4.5.2	Antagelser	24
4.5.3	Dekrementstørrelser	24
4.5.4	Kommutationsfunktioner	24
4.5.5	Den generelle form for kapitalværdierne	24
4.5.6	Sumforsikringer	25
4.5.7	Rateforsikringer	25
4.6	Kollektive forsikringer uden invalideydelser	25
4.6.1	Betegnelser	26
4.6.2	Antagelser	26
4.6.3	Dekrementstørrelser	27
4.6.4	Sandsynlighedsfunktionernes beregning	27
4.6.5	Kommutationsfunktioner	28
4.6.6	Den generelle form for kapitalværdierne	28
4.6.7	Renteforsikringer	28
5	Bilag - Levetidsforbedringer	31

Kapitel 1

Indledning

Dette tekniske grundlag er opbygget omkring G82, med de grundformer, Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling, herefter Pensionskassen, anvender.

Dette tekniske grundlag svarer til det tekniske grundlag pr. 1. januar 2014 opdateret med anmeldelser indsendt til Finanstilsynet i 2014. Derudover er foretaget visse præciseringer.

Pensionskassen har anmeldt følgende i 2014:

1. Fastholdelse af løntrin ved udnævnelser (30. juni 2014).
2. Opgørelse af pensionshensættelser til markedsværdi ultimo 2014 (19. december 2014).

Pensionskassen tilbyder ydelsesdefineret pensionsordninger indeholdende alderspension, invalidepension, ægtefællepension og børnepension. Størrelsen af et medlems optjente pensioner fremgår af pensionsregulativet.

Det tekniske grundlag indeholder følgende:

1. De former for pensioner, som pensionskassen agter at anvende, jf. kapitel 2 og 4.
2. Grundlaget for beregning af pensionsbidrag, udtrædelesesgodtgørelse og kapitalværdien af den optjente pension, jf. kapitel 2
3. Regler for beregning og fordeling af overskud til medlemmerne og andre pensionsberettigede efter pensionsaftalen, jf. kapitel 2.7
4. Principper for genforsikringer, herunder beløbsgrænser, jf. kapitel 2.8
5. Regler for hvornår medlemmerne skal afgive henbredsoplysninger til bedømmelse af risikoforholdene, jf. kapitel 2.10
6. Grundlaget for beregning af pensionshensættelser, jf. kapitel 3

7. Regler for overførelser til og fra pensionskassen, jf. kapitel 2.6 og 2.9

Kapitel 2

Tegningsgrundlag

Risikoparametre til beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget for aktuelle og til beregning af udtrædelsesgodtgørelsen og nettobidraget for eventuelle, består af en tegningsrente reduceret med et sikkerhedstillæg, en kønsopdelt dødelighed, kønsopdelte invalideintensiteter, kollektive ægtefællelementer, og kollektive børneelementer

2.1 Risikoparametre

2.1.1 Tegningsrente

Tegningsrenten udgør 0,75%.

Tegningsrenten blev sat ned fra 2% til 1,25% den 31. december 2005 og fra 1,25% til 0,75% 1. juli 2008.

Nedsættelsen fra 2% til 0,75% er ugaranteret, dvs. hvis der på et tidspunkt i følge de af Finanstilsynets fastsatte retningslinjer måtte blive mulighed for at anmelde en forhøjelse af tegningsrenten, vil denne kunne forøges indtil 2%, ved at hensættelsen for retten til pension fra alder 65 år og tillægshensættelsen for retten til førtidspension begge vil blive fastholdt på det pågældende tidspunkt, og det aktuarmæssige pensionsbidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag vil kunne blive nedsat.

2.1.2 Sikkerhedstillæg

Sikkerhedstillægget fastsættes som en reduktion af tegningsrenten på 0,4798%. Sikkerhedstillægget anvendes til imødegåelse af såvel et omkostningsunderskud som et risikounderskud. Omkostningstillægget udgør 0,0232%, mens tillægget på de biometriske risici udgør 0,4566%.

2.1.3 Dødelighed

Pensionskassen anvender en kønsopdelt dødelighed angivet ved:

Mænd, grundlag G82M

Idet x betegner alderen, er dødsintensiteten for mænd på G82M givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,88+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes $\omega = 0,05$.

Kvinder, grundlag G82K

Idet x betegner alderen, er dødsintensiteten for kvinder på G82K givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,728+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes $\omega = 0,30$.

2.1.4 Invaliditet

Der anvendes forsikringsformer med udbetaling ved invaliditetsgrader på 2/3 del og derover.

Mænd, grundlag GA82M

Idet x betegner alderen, er intensiteten for mænd på GA82M for overgang fra aktiv til invalid givet ved

$$\mu_x^{ai} = 0,0004 + 10^{4,54+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering.

Kvinder, grundlag GA82K

Idet x betegner alderen, er intensiteten for kvinder på GA82K for overgang fra aktiv til invalid givet ved

$$\mu_x^{ai} = 0,0006 + 10^{4,71609+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering.

2.1.5 Kollektive ægtefælleelementer

Henvisning: Afsnit 4.6.1.

Mænd

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{-\frac{(x-25)^2}{25(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,012 \cdot 10^{-\frac{(x-15)^2}{1600}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,615x + 8$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-10}\right)x$$

Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{-\frac{(x-24)^2}{20(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,02 \cdot 10^{-\frac{(x-12)^2}{2100}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,915x + 4$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-7}\right)x$$

Ægteskab/Samlivsforhold

Henviſning: Afsnit 4.6.4.

Uanset den kollektive ægtefællemodel, jf. kapitel 4.6, er en ægtefælle kun pensionsberettiget, såfremt det fremgår af Pensionskassens vedtægter og pensionsregulativ.

En ægtefælle vil altid af det modsatte køn end forsikrede i beregningsmæssig henseende.

2.1.6 Kollektive børneelementer

Mænd

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparameter (G82)

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{-\frac{(x-28)^2}{11(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparameter (G82)

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{-\frac{(x-24)^2}{7(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

2.2 Beregningsregler

2.2.1 Aldersberegning

Ved opgørelser ultimo året beregnes alderen som fyldt alder i hele år.

2.2.2 Opgørelse af kapitalværdier

Ved opgørelse af kapitalværdier anvendes passiver og aktiver med en aldersreduktion på 3 år. Passivet og aktivet for et medlem i alder x opgøres derfor som passivet hhv. aktivet regnet i alder $x-3$.

Passiver og aktiver ved opgørelse i løbet af året beregnes ved lineær interpolation mellem de nærmeste to hele aldre opgjort ultimo året.

2.3 Anvendte forsikringsformer

Pensionskassen tilbyder alderspension (AP), invalidepension (IP), ægtefællepension (ÆP) og børnepension (BP). Størrelsen af pensionerne fremgår af pensionsregulativet.

Den ordinære pensionsalder er 65 år og medlemmer har mulighed for førtidspension fra alder 60.

Der anvendes følgende forsikringsformer, hvor u angiver udløbsalderen. Beregningen af passivet for hver forsikringsform fremgår af kapitel 4.

$K_{125}(x, u - x)$	=	Livsbetinget livsforsikring
$K_{210}(x)$	=	Livsvarig livrente
$K_{211}(x, u - x)$	=	Opsat livrente
$K_{325}(x, u - x)$	=	Aktivbetinget livsforsikring
$K_{410}(x)$	=	Ophørende aktivrente
$K_{415}(x, u - x)$	=	Ophørende invaliderente
$K_{810}(x)$	=	Livsvarig kollektiv ægtefællepension
$K_{840}(x, 21)$	=	Kollektiv børnerente
$K_{850}(x, 21)$	=	Kollektiv waisenrente

2.4 Aktuarmæssig pensionsbidrag

For tjenestegørende medlemmer, herunder medlemmer med opsat pension, opgøres det aktuarmæssige bidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag ud fra ækvivalensprincippet, således, at kapitalværdien af de afgivne pensionstilsagn fratrukket kapitalværdien af pensionsbidragene udgør udtrædelsesgodtgørelsen.

2.5 Beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget

Ved beregning af pensionshensættelserne anvendes følgende:

$AP(x)$	=	Alderspension ved pensionering i alder x
$\mathcal{A}EP(x)$	=	Ægtefællepension ved pensionering i alder x
$BP(x)$	=	Børnepensionen ved pensionering i alder x
$B(x)$	=	Det aktuarmæssige bidrag ved pensionering i alder x

De samlede pensionshensættelser består af hensættelser for retten til alderspension mv. fra alder 65 (herefter pensionshensættelsen fra alder 65) samt en tillægshensættelse for retten til førtidspension.

2.5.1 Pensionshensættelse fra alder 65

Pensionshensættelsen for medlem i alder x , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$PH(x) = AP(65) \cdot (K_{211}(x - 3, 65 - 3) + K_{415}(x - 3, 65 - 3)) + \mathcal{A}EP(65) \cdot K_{810}(x - 3) + BP(65) \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3)) - B(65) \cdot K_{410}(x - 3, 65 - 3)$$

Pensionshensættelsen for medlem i alder x , der modtager alderspension opgøres som:

$$PH(x) = AP \cdot K_{210}(x - 3) + \mathcal{A}EP \cdot K_{810}(x - 3) + BP \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3))$$

Pensionshensættelsen for en ægtefælle i alder x , opgøres som:

$$PH(x) = \text{ÆP} \cdot K_{210}(x - 3)$$

Pensionshensættelsen for en børnepensionist, opgøres som::

$$PH(x) = BP \cdot \bar{a}_{21-x}$$

2.5.2 Tillægshensættelse

Tillægshensættelsen for medlem i alder x , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$\begin{aligned} PH(x) = & \text{maks}[AP(60) \cdot (K_{211}(x - 3, 60 - 3) + K_{415}(x - 3, 60 - 3)) \\ & - AP(65) \cdot (K_{211}(x - 3, 65 - 3) + K_{415}(x - 3, 65 - 3)) \\ & + (AP(65) - AP(60)) \\ & \cdot (K_{210}(x - 3) - K_{210}(x - 3) \cdot K_{325}(x - 3, 60 - 3) - K_{410}(x - 3, 60 - 3)) \\ & + \text{ÆP}(60) \cdot K_{810}(x - 3) \\ & + (\text{ÆP}(65) - \text{ÆP}(60)) \\ & \cdot (K_{810}(x - 3) - K_{810}(x - 3) \cdot K_{125}(x - 3, 60 - 3)) \\ & - \text{ÆP}(65) \cdot K_{810}(x - 3) \\ & + BP(60) \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3)) \\ & + (BP(65) - BP(60)) \\ & \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3) - (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3)) \cdot K_{125}(x - 3, 60 - 3)) \\ & - BP(65) \cdot (K_{840}(x - 3) + K_{850}(x - 3)) \\ & + B(60) \cdot K_{410}(x - 3, 60 - 3) \\ & + B(65) \cdot K_{410}(x - 3, 65 - 3); 0] \end{aligned}$$

For øvrige medlemmer er tillægshensættelsen 0.

2.6 Overførelse af pensionsrettigheder

Medlemmer, der overfører en ordning fra et andet selskab eller pensionskasse til Pensionskassen får tillagt anciennitet svarende hertil. Anciennitetstillægget beregnes ud fra ækvivalensprincippet således at kapitalværdien af stigningen i pensionstilsagnene svarer til overførelsen. De samlede pensionstilsagn kan ikke overstige de i pensionsregulativet fastsatte grænser for pensionstilsagnene. En eventuelt resterende overførelse anvendes til at mindske en eventuel overførsel fra kollektivt bonuspotentiale eller egenkapital som følge af forskel mellem det beregnede bidrag og det indbetalte bidrag.

2.7 Bonustilskrivning

Pensionskassen tilskriver ordinær bonus årligt pr. 1.7. Bonus tilskrives ved at hensættelser for retten til alders-, invalide-, ægtefælle-, børne- og efterpension reguleres som lønninger til det tjenstegørende personale i Nationalbanken.

2.8 Genforsikring

Pensionskassen er selvforsikret.

2.9 Udtrædelsesgodtgørelse

For medlemmer, der efter pensionsregulativet har ret til udtrædelsesgodtgørelse, udgør udtrædelsesgodtgørelsen pensionshensættelsen fra alder 65 på tegningsgrundlaget.

Der tages ikke gebyr.

2.10 Helbredsoplysninger

Pensionskassen er berettiget til at kræve oplysninger om et medlems erhvervsevne ved forelæggelse af lægeattest, så længe medlemmet oppebærer invalidepension, dog længst til medlemmet fylder 60 år og ikke ud over 10 år efter invalidepensions tilkendelse.

Kapitel 3

Opgørelse til markedsværdi

3.1 Pensionshensættelserne

De samlede pensionshensættelser opgøres i henhold til kapitel 2.5, dog med markedsværdiparametre. Ved opgørelsen fastholdes pensionstilsagn og bidrag. De samlede pensionshensættelser forhøjes med tillæg for uafsluttet sager om invaliditet (IBNS-hensættelse) og realisationsrisiko.

3.2 IBNS

Der foretages et tillæg til den samlede pensionshensættelsen for sager vedrørende invaliditet, som ikke er afsluttet. Tillægget foretages ud fra den konkrete sag.

3.3 Realisationsrisiko

Tillæg for realisationsrisiko udgør 5% af den samlede pensionshensættelse inklusiv IBNS-hensættelse med reduktion af det beløb, som sikkerhedstillægget udgør, jf. kapitel 3.4.

3.4 Markedsværdiparametre

Rente:

Pensionskassen anvender den af Finanstilsynet offentliggjorte justerede løbetidsafhængige diskonteringsrentekurve.

Rentekurven reguleres med sikkerhedstilæg på 5%, pensionsafkastskat og inflationstakst.

Rentekurven reduceres med en inflationstakst, da pensionstilsagnene reguleres ud fra stigningen i lønniveauet. Inflationstaksten svarer til den danske inflationskurve med en forventede reallønsstigning på 5%.

Det i 'te punkt på den anvendte rentekurve udgør:

$$r_2^i = \frac{1 + r_1^i \cdot (1 - SHT) \cdot ((1 - FB) \cdot (1 - PAL) + FB)}{1 + INF^i}$$

Hvor

- r_1^i = Den af Finanstilsynet offentliggjorte rente i punkt i .
- SHT = Det anvendte sikkerhedstillæg
- FB = Friholdelsesbrøk
- INF^i = Inflationskurven i punkt i
- PAL = Pensionsafkastskat

Risiko:

For både mænd og kvinder anvendes Finanstilsynets benchmark for dødeligheden.

Dødelighedsintensiteten fastsættes separat for kvinder og mænd, således at alle faktorer i formlen er kønsafhængige.

Dødsintensitet for hhv. mænd og kvinder (k) er givet som:

$$\bar{\mu}^{ad,k}(x, 2013) = \mu^{ad,k}(x, 2013) \exp(\beta_1 r_1(x) + \beta_2 r_2(x) + \beta_3 r_3(x))$$

Hvor k angiver køn, x er forsikredes alder og $\mu^{ad,k}(x, 2013)$ er Finanstilsynets benchmark dødelighed pr. 2013.

Basisfunktionerne $r_i(x)$ er givet som:

$$r_i(x) = \begin{cases} 1 & , \text{for } x \leq x_{i-1} \\ \frac{(x_i - x)}{20} & , \text{for } x_{i-1} < x < x_i \\ 0 & , \text{for } x \geq x_i \end{cases}$$

for $i = 1, 2, 3$ og $x_i = 20 \cdot (2 + i)$

Parametrene β_1 , β_2 og β_3 estimeres ved brug af en Poisson regressionsmodel.

Hermed er dødeligheden i alder x i kalenderår t angivet ved:

$$\bar{\mu}^{ad,k}(x, t) = \bar{\mu}^{ad,k}(x, 2013)(1 - R(x))^{t-2013}$$

Hvor $R(x)$ betegner levetidsforbedringer for 2013.

Analysen baseret på Finanstilsynets benchmark og den fulde bestand med data fra 2009 til 2013 giver følgende estimater:

Parameter	Kvinder	Mænd
β_1	0	0
β_2	0	0
β_1	0	0

Finanstilsynets benchmark for den observerede dødelighed findes på Finanstilsynets hjemmeside.

Pensionkassen har estimeret den fremtidige levetidsforbedring ud fra Finanstilsynets model med data fra 2013, som er hentet fra Danmarks statistik. Den anvendte levetidsforbedring fremgår af bilag.

Der anvendes samme invalidehyppighed, samme kollektive ægtefælle elementer og samme kollektive børnelementer som på tegningsgrundlaget, jf. kapitel 2.

Kapitel 4

Kapitalværdier

4.1 Oversigter over forsikringsformer

4.1.1 Etlivsforsikringer uden invalideydelse

Sumforsikringer:

125 Livsbetinget livsforsikring

Renteforsikringer:

210 Livsvarig livrente

211 Opsat livrente

4.1.2 Etlivsforsikringer med invalideydelse

Renteforsikringer:

410 Ophørende aktivrente

415 Ophørende invaliderente

4.1.3 Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invaliditetssydelse

Renteforsikringer:

810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

840 Kollektiv børnerente

850 Kollektiv waisenrente

4.2 Numeriske metoder

Med mindre andet er anført, anvendes Laplace's formel (4.1) med 5 nedstigende differencer ved numerisk beregning af integraler.

4.2.1 Konventioner

a og b er heltallige, medmindre andet er angivet.

For summer og integraler gælder for $a \geq b$:

$$\sum_{j=a}^b f(j) = 0 \quad \text{og} \quad \int_a^b f(t) dt = 0.$$

4.2.2 Laplace's formel med 5 nedstigende differenser

$$\int_a^b f(t) dt = \Delta f(a) + \sum_{j=a}^{b-1} f(j) - \Delta f(b) \quad (4.1)$$

hvor

$$\Delta f(t) = \frac{1}{k_7} \sum_{j=1}^6 k_j \cdot f(t+j-1)$$

og

$$(k_1, \dots, k_7) = (-41393, 23719, -22742, 14762, -5449, 863, 60480).$$

4.2.3 Trapezformel

$$\int_a^b f(t) dt = \frac{f(a)}{2} + \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + \frac{f(b)}{2} \quad (4.2)$$

4.2.4 Simpson's kvadraturformel

$$\int_a^b f(t) dt = \frac{1}{6} \cdot \left(f(a) + 4 \cdot \sum_{j=a}^{b-1} f\left(j + \frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + f(b) \right) \quad (4.3)$$

4.3 Kapitalværdier uden forsikringselementer

4.3.1 Betegnelser

i betegner renten ved opgørelsen af kapitalværdier (opgørelsesrente).

4.3.2 Annuiteter

$$v = \frac{1}{1+i}$$

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{\delta}, \text{ for } n \geq 0$$

4.4 Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse

4.4.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser

μ_x betegner dødsintensiteten i alder x .

S_x^d betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x .

S_x betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse i alder af x .

ω betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at eventuelle efterladte børn er forældreløse.

4.4.2 Antagelser

$x \in [1, 120]$.

Børnedødeligheden forudsættes til at være 0.

4.4.3 Begrænsninger

De anførte kapitalværdier skal være ikke-negative.

4.4.4 Dekrementstørrelser

$$\ell_x = \exp\left\{-\int_1^x \mu_t dt\right\}, \text{ beregnet eksakt eller med formel (4.3).}$$

$$D_x = v^x \ell_x$$

4.4.5 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned}\bar{N}_x &= \int_x^{120} D_t dt \\ N_x^{(m)} &= \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{(120-x) \cdot m} D_{x+\frac{j}{m}} \\ \bar{M}_x &= \int_x^{120} D_t \mu_t dt \\ \bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_x}{D_x} \\ \bar{a}_{x:\overline{n}|} &= \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_{x:\overline{m}|} &= \frac{\bar{N}_{x+n} - \bar{N}_{x+n+m}}{D_x}\end{aligned}$$

4.4.6 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot S_{x+\theta}^d d\theta + \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{x+n}, \quad (4.4)$$

for $n \in [0, 120 - x]$.

4.4.7 Sumforsikringer

125 Livsbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = 1$$

$$K_{125}(x, n) = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

4.4.8 Renteforsikringer

210 Livsvarig livrente

$n = 0$

$$S_{x+n} = \bar{a}_x$$

$$K_{210}(x) = \bar{a}_x \quad (4.5)$$

211 Opsat livrente

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = \bar{a}_{x+n}$$

$$K_{211}(x, n) = {}_n\bar{a}_x$$

4.5 Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse

Betegnelser, annuiteter, antagelser, begrænsninger, dekrementstørrelser og kommutationsfunktioner fra afsnit 4.3 og 4.4 anvendes tillige i dette afsnit.

4.5.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser:

μ_x^{ad} betegner dødsintensiteten som aktiv i alder x .

μ_x^{id} betegner dødsintensiteten som invalid i alder x .

μ_x^{ai} betegner invalideintensiteten i alder x .

S_x^{ad} betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x som aktiv.

S_x^{ai} betegner kapitalværdien ved forsikredes invaliditet i alder x .

S_x^a betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder x som aktiv.

S_x^{ii} betegner engangsydelse ved varig invaliditet i alder x .

$S_x^{id}(t)$ betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

$S_x^i(t)$ betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder x som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

$Y_x^i(t)dx$ betegner invalideydelsen mellem alder x og $x + dx$ givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

κ betegner den aldersuafhængige faktor, der anvendes på kapitalværdier, der udbetales mellem $\frac{1}{2}$ og $\frac{2}{3}$ invaliditet.

4.5.2 Antagelser

Ved indtrædelse antages forsikrede at befinde sig i tilstanden aktiv.

$$\mu_x^{ad} = \mu_x^{id} = \mu_x$$

Hvis $\mu_x^{ai} = 0$ eller der ikke er ydelser ved invaliditet, er modellen identisk med modellen i afsnit 4.4.

4.5.3 Dekrementstørrelser

$$\ell_x^{ai} = \exp\left\{-\int_{x_0}^x \mu_t^{ai} dt\right\}, \text{ beregnet eksakt eller ved Simpson's kvadraturformel (4.3).}$$

$$\ell_x^a = \ell_x \ell_x^{ai}$$

$$D_x^a = v^x \ell_x^a$$

Ifølge antagelsen om dødsintensiteterne i 4.5.2 gælder der

$$\ell_x^{ad} = \ell_x^{id} = \ell_x \quad \text{og} \quad D_x^{ad} = D_x^{id} = D_x$$

4.5.4 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned} \bar{N}_x^a &= \int_x^{120} D_t^a dt \\ N_x^{ai} &= \bar{N}_x \cdot \ell_x^{ai} - \bar{N}_x^a \\ \bar{M}_x^{ai} &= \int_x^{120} D_t^a \cdot \mu_t^{ai} dt \\ \bar{a}_x^i &= \bar{a}_x \\ \bar{a}_{x:\bar{n}}^a &= \frac{\bar{N}_x^a - \bar{N}_{x+n}^a}{D_x^a} \\ \bar{a}_{x:\bar{n}}^i &= \bar{a}_{x:\bar{n}} \end{aligned}$$

4.5.5 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}^a}{D_x^a} \cdot (\mu_{x+\theta}^{ad} \cdot S_{x+\theta}^{ad} - \mu_{x+\theta}^{ai} \cdot S_{x+\theta}^{ai}) d\theta + \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a} \cdot S_{x+n}^a \quad (4.6)$$

for $n \in [0, 67 - x]$,

hvor

$$S_{x+\theta}^{ai} = S_{x+\theta}^{ii} + \int_0^n \frac{D_{x+\tau}^i}{D_{x+\theta}^i} (\mu_{x+\tau}^{id} \cdot S_{x+\tau}^{id}(x+\theta) + Y_{x+\tau}^i(x+\theta)) d\tau + \frac{D_{x+n}^i}{D_{x+\theta}^i} \cdot S_{x+n}^i(x+\theta)$$

4.5.6 Sumforsikringer

325 Aktivbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = 0, \quad S_{x+n}^a = 1$$

$$K_{325}(x, n) = \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a}$$

$$n \leq 60 - x.$$

4.5.7 Rateforsikringer

410 Ophørende aktivrente

$$n = 0$$

$$S_{x+n}^a = \bar{a}_{x:\overline{m}}^a$$

$$K_{410}(x, m) = \bar{a}_{x:\overline{m}}^a$$

$$x + m \leq 67.$$

415 Ophørende invaliderente

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = \bar{a}_{x+\theta:\overline{n-\theta}|}^i, \quad S_{x+n}^a = 0$$

$$K_{415}(x, n) = \bar{a}_{x:\overline{n}}^i - \bar{a}_{x:\overline{n}}^a$$

$$n \leq 67 - x.$$

4.6 Kollektive forsikringer uden invalideydelser

Betegnelse, annuiteter, antagelser, begrænsninger, dekrementstørrelser og kommutationsfunktioner fra afsnittene 4.3 og 4.4 anvendes tillige i dette afsnit.

4.6.1 Betegnelser

μ_x betegner forsikredes dødsintensitet i alder x .

μ_y^E betegner ægtefællens dødsintensitet i alder y .

γ_x betegner intensiteten for overgang fra ugift til gift i alder x .

σ_x betegner intensiteten for overgang fra gift til gift i alder x af anden årsag end ægtefællens død.

λ_x betegner middelværdien i ægtefællens aldersfordelingen, når forsikrede har alderen x .

s_x betegner spredningen i ægtefællens aldersfordeling, når forsikrede har alderen x .

ν betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at forsikrede er ugift.

c_x betegner forældreintensiteten i alder x .

$\varphi(y|x)dy$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret gifter sig med en person med alder i intervallet y til $y + dy$.

$u_j(x)$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret er ugift, efter at have været gift netop j gange ($j = 1, 2, 3, \dots$).

$g_j(y|x)dy$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret er gift for j -te gang ($j = 1, 2, 3, \dots$) og at ægtefællen er mellem y og $y + dy$ år gammel.

g_x betegner sandsynligheden for, at en x -årig er gift.

$f(y|x)$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig er gift med en person med alder y .

$b(x, \tau)$ betegner antal børn under τ år for en x -årig.

4.6.2 Antagelser

$$x \in [x_0, 125] \quad , \text{ hvor } x_0 = \begin{cases} 15 & , \text{ for mandlige forsikrede} \\ 12 & , \text{ for kvindelige forsikrede} \end{cases}$$

Ægtefællens alder y antages normalfordelt med middelværdi λ_x og spredning s_x . Dvs. $y \sim N(\lambda_x, s_x^2)$.

$$y \in [y_0, y_1] \quad \text{ hvor } \begin{cases} y_0 = \max\{x - 62, 1\} \\ y_1 = \min\{x + 62, 125\} \end{cases}$$

4.6.3 Dekrementstørrelser

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$$\ell_x^\gamma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \gamma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^\sigma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \sigma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^{\mathbb{E}} = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \mu_t^{\mathbb{E}} dt \right\}$$

4.6.4 Sandsynlighedsfunktionernes beregning

Ægtefællemodellen

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2), med mindre andet er anført.

Grænserne x_0 , y_0 og y_1 er defineret i afsnit 4.6.2.

$$\varphi(y|x) = \frac{0,3989423}{s_x} \exp \left\{ - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{y - \lambda_x}{s_x} \right)^2 \right\}$$

$$g_x = 1,0315 \cdot \sum_{j=1}^3 \int_{y_0}^{y_1} g_j(y|x) dy$$

$$f(y|x) = \frac{1}{g_x} \cdot \sum_{j=1}^3 g_j(y|x),$$

hvor

$$g_j(y|x) = \int_{x_0}^x u_{j-1}(\xi) \cdot \gamma_\xi \cdot \varphi(\xi + y - x|\xi) \cdot \frac{\ell_x^\sigma}{\ell_\xi^\sigma} \cdot \frac{\ell_\gamma^{\mathbb{E}}}{\ell_{\xi+\gamma-x}^{\mathbb{E}}} d\xi$$

$$u_j(x) = \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^x g_j(\xi + y - x|\xi) \cdot (\sigma_\xi + \mu_{\xi+\gamma-x}^{\mathbb{E}}) \cdot \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_\xi^\gamma} d\xi dy$$

$$u_0(x) = \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_{x_0}^\gamma}.$$

Børnemodellen

Beregnet med Simpson's kvadraturformel (4.3) fås:

$$b(x, r) = \int_{x-r}^x C_t dt.$$

4.6.5 Kommutationsfunktioner

Kollektive ægtefælle kommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2).

$$\bar{a}_{Y_x} = \int_{y_0}^{y_1} \bar{a}_y \cdot f(y|x) dy$$

Kollektive børnekommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$${}_r S_x = \int_{x-r}^x c_t \cdot \bar{a}_{\overline{r+t-x}|} dt$$

4.6.6 Den generelle form for kapitalværdierne

Der henvises til (4.4), der er kapitalværdien i afsnit 4.4.6 med den rettelse, at $n \in [0, 125 - x]$.

4.6.7 Renteforsikringer

810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{810} = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}} d\theta$$

840 Kollektiv børnerente

r betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = {}_r S_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{840}(x, r) = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot {}_r S_{x+\theta} d\theta$$

$$r \leq 24.$$

Børnerenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.

850 Kollektiv waisenrente

r betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = \omega \cdot {}_r S_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{850}(x, r) = \omega \cdot K_{840}(x, r)$$

$$r \leq 24.$$

Waisenrenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.

Kapitel 5

Bilag - Levetidsforbedringer

Levetidsforbedringer for mænd udgør:

Alder	R_x	Alder	R_x	Alder	R_x	Alder	R_x
0	0,03795	28	0,02879	56	0,01868	84	0,01057
1	0,04024	29	0,03004	57	0,01965	85	0,00952
2	0,04243	30	0,03115	58	0,02060	86	0,00855
3	0,04422	31	0,03206	59	0,02148	87	0,00764
4	0,04537	32	0,03254	60	0,02224	88	0,00674
5	0,04601	33	0,03237	61	0,02287	89	0,00583
6	0,04637	34	0,03161	62	0,02340	90	0,00493
7	0,04675	35	0,03041	63	0,02383	91	0,00407
8	0,04725	36	0,02904	64	0,02416	92	0,00337
9	0,04774	37	0,02765	65	0,02426	93	0,00285
10	0,04749	38	0,02629	66	0,02412	94	0,00252
11	0,04584	39	0,02491	67	0,02378	95	0,00237
12	0,04315	40	0,02349	68	0,02331	96	0,00235
13	0,04014	41	0,02233	69	0,02277	97	0,00235
14	0,03732	42	0,02138	70	0,02217	98	0,00228
15	0,03461	43	0,02052	71	0,02154	99	0,00213
16	0,03183	44	0,01968	72	0,02088	100	0,00193
17	0,02913	45	0,01886	73	0,02024	101	0,00173
18	0,02686	46	0,01826	74	0,01965	102	0,00155
19	0,02547	47	0,01775	75	0,01905	103	0,00139
20	0,02474	48	0,01714	76	0,01838	104	0,00126
21	0,02433	49	0,01652	77	0,01759	105	0,00114
22	0,02402	50	0,01600	78	0,01672	106	0,00104
23	0,02379	51	0,01572	79	0,01582	107	0,00094
24	0,02397	52	0,01577	80	0,01489	108	0,00086
25	0,02470	53	0,01617	81	0,01390	109	0,00077
26	0,02594	54	0,01685	82	0,01281	110	0,00077
27	0,02741	55	0,01772	83	0,01168		

Levetidsforbedringer for kvinder udgør:

Alder	R_x	Alder	R_x	Alder	R_x	Alder	R_x
0	0,03191	28	0,02873	56	0,01950	84	0,00960
1	0,03641	29	0,02827	57	0,01969	85	0,00981
2	0,04068	30	0,02816	58	0,01992	86	0,00985
3	0,04417	31	0,02849	59	0,02005	87	0,00971
4	0,04629	32	0,02916	60	0,01996	88	0,00943
5	0,04658	33	0,02998	61	0,01966	89	0,00905
6	0,04512	34	0,03061	62	0,01916	90	0,00859
7	0,04366	35	0,03089	63	0,01851	91	0,00809
8	0,04264	36	0,03139	64	0,01776	92	0,00754
9	0,04189	37	0,03186	65	0,01691	93	0,00696
10	0,04072	38	0,03185	66	0,01603	94	0,00637
11	0,03865	39	0,03119	67	0,01519	95	0,00577
12	0,03639	40	0,02994	68	0,01437	96	0,00516
13	0,03388	41	0,02850	69	0,01358	97	0,00456
14	0,03097	42	0,02710	70	0,01282	98	0,00396
15	0,02820	43	0,02587	71	0,01203	99	0,00339
16	0,02621	44	0,02475	72	0,01118	100	0,00285
17	0,02531	45	0,02368	73	0,01032	101	0,00234
18	0,02552	46	0,02265	74	0,00955	102	0,00188
19	0,02618	47	0,02175	75	0,00891	103	0,00148
20	0,02671	48	0,02110	76	0,00842	104	0,00113
21	0,02678	49	0,02067	77	0,00809	105	0,00082
22	0,02682	50	0,02042	78	0,00796	106	0,00055
23	0,02731	51	0,02028	79	0,00802	107	0,00031
24	0,02818	52	0,02012	80	0,00824	108	0,00009
25	0,02902	53	0,01988	81	0,00854	109	0
26	0,02943	54	0,01963	82	0,00890	110	0
27	0,02930	55	0,01948	83	0,00927		